

## ΙΣΟΖΥΓΙΑ ΑΝΤΙΔΡΑΣΤΗΡΩΝ

Είσοδος-Έξοδος+Παραγωγή-Κατανάλωση=Συσώρευση

Γραμμομοριακή παροχή A:  $F_A$  (mol/s)

Ογκομετρική παροχή:  $\dot{V}$  (lt/s)

Μαζική παροχή:  $\dot{m}$  (kg/s)

Πυκνότητα:  $\rho$  (kg/lt)

Μετατροπή A:  $x_A$  (0 έως 1)

Όγκος αντιδρώντος μίγματος:  $V_R$  (lt)

Χρόνος χώρου αντιδραστήρα:  $\tau$  (s)

Θερμοχωρητικότητα μίγματος:  $C_{Pmix}$  [kJ/(kg\*°C)]

Θερμοτονισμός αντίδρασης (απόλυτη τιμή):  $|\Delta H_R|$  (kJ/mol)

Ειδική επιφάνεια καταλύτη:  $S_g$  (m<sup>2</sup>/kg<sub>cat</sub>)

Μάζα καταλύτη:  $m_{cat}$  (kg<sub>cat</sub>)

Πορώδες καταλυτικής κλίνης:  $\varepsilon = \frac{V_R - V_{cat}}{V_R}$

Πυκνότητα καταλύτη:

Ρυθμός δράσης (m-οστής τάξης ως προς A, απόλυτη τιμή):  $|r_A| = k \cdot C_A^m$

Σταθερά αντίδρασης 1<sup>ης</sup> τάξης δηλ. m=1:

$k$  (s<sup>-1</sup>) (ρυθμός ως προς τον όγκο του αντιδρώντος μίγματος)

$k$  [lt/(kg<sub>cat</sub>\*s)] (ρυθμός ως προς τη μάζα καταλύτη)

Ταχύτητα ροής ρευστού σε αυλό:  $u$  (m/s)

Εγκάρσια διατομή εισόδου αυλού:  $S$  (m<sup>2</sup>)

Παράπλευρη επιφάνεια εναλλαγής θερμότητας:  $A$  (m<sup>2</sup>)

Συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας:  $U$  [kW/(°C\*m<sup>2</sup>)]

Θερμοροή ψύξης-θέρμανσης αντιδραστήρα:  $\dot{q} = U \cdot A \cdot (T_{env} - T)$  (kJ/s)

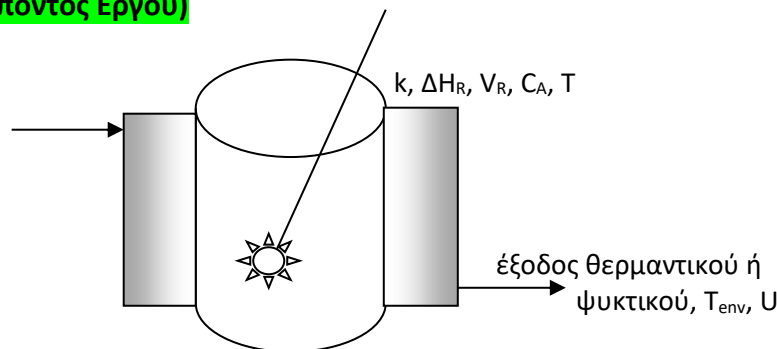
$F_A = F_{A0} \cdot (1 - x_A)$ ,  $C_A = C_{A0} \cdot (1 - x_A)$ ,  $\rho = \frac{\dot{m}}{\dot{V}}$ ,  $\tau = \frac{V_R}{\dot{V}}$ ,  $F_A = \dot{V} \cdot C_A$ ,  $\dot{V} = u \cdot S$

(Εστω 1<sup>ης</sup> τάξης A→B)

### 1. BATCH (Διαλείποντος Έργου)

$t=0 \Rightarrow C_A = C_{A0}, T = T_0$

είσοδος θερμαντικού ή  
ψυκτικού,  $T_{env}, U$



#### 1.1. Mass Balance (Ισοζύγιο Μάζας) (mol/s):

##### 1.1.1. Unsteady State (Μη-Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος = 0, Έξοδος = 0, Παραγωγή = 0

Κατανάλωση =  $|r_A| \cdot V_R = k \cdot C_{A0} \cdot (1 - x_A) \cdot V_R$

Συσώρευση =  $V_R \cdot C_{A0} \cdot d(1 - x_A)/dt$

$$-k \cdot C_{A0} \cdot (1 - x_A) \cdot V_R = V_R \cdot C_{A0} \cdot d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$-k \cdot C_{A0} \cdot V_R \cdot \left( \int_0^t dt \right) = V_R \cdot C_{A0} \cdot \left( \int_0^{x_A} \frac{1}{1 - x_A} d(1 - x_A) \right) \Rightarrow$$

$$1-x_A=e^{-k*t} \Rightarrow x_A=1-e^{-k*t}$$

### 1.1.2. Steady State (Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος = 0, Έξοδος = 0, Παραγωγή = 0  
 Κατανάλωση =  $|r_A| * V_R = k * C_{A0} * (1-x_A) * V_R$   
 Συσώρευση = 0

$$\text{Κατανάλωση} = |r_A| * V_R = 0 \Rightarrow |r_A| = 0$$

**(ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΡΥΘΜΟΥ. ΔΕΝ ΞΕΚΙΝΗΣΕ Η ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ)**

## 1.2. Energy Balance (Ισοζύγιο Ενέργειας) (kJ/s):

### 1.2.1. Πολυτροπικός

#### 1.2.1.1. Unsteady State (Μη-Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος - Έξοδος =  $\dot{q}$ , Παραγωγή - Κατανάλωση =  $\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$   
 Συσώρευση =  $m * C_p * dT/dt$

$$\dot{q} + (\pm |\Delta H_R|) * |r_A| * V_R = m * C_p * dT/dt \Rightarrow U * A * (T_{env} - T) + (\pm |\Delta H_R|) * k * C_{A0} * (1-x_A) * V_R = m * C_p * dT/dt \Rightarrow$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{U * A}{m * C_p} * (T_{env} - T) = \frac{\pm |\Delta H_R| * k * C_{A0} * V_R}{m * C_p} * e^{-k*t} \quad \text{(ΓΡΑΜΜΙΚΗ 1^{\text{η}} \text{ ΤΑΞΗΣ)} \Rightarrow$$

$$T(t) = T_{env} * \left( 1 - e^{\frac{U * A}{m * C_p} * t} \right) + T_0 * e^{\frac{U * A}{m * C_p} * t} + \frac{\pm |\Delta H_R| * k * C_{A0} * V_R}{U * A - k * m * C_p} * \left( e^{\left( 2 * \frac{U * A}{m * C_p} - k \right) * t} - e^{\frac{U * A}{m * C_p} * t} \right)$$

Για σταθερή μέση θερμοροή ψύξης-θέρμανσης  $\dot{q}$  ισχύει:

$$T = T_0 + \left\{ \frac{\dot{q}}{m * C_p} \right\} * t + \left\{ \frac{(\pm |\Delta H_R|) * V_R * C_{A0}}{m * C_p} \right\} * e^{-k*t}$$

#### 1.2.1.2. Steady State (Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος - Έξοδος =  $\dot{q}$ , Παραγωγή - Κατανάλωση =  $\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$   
 Συσώρευση = 0

$$\dot{q} + (\pm |\Delta H_R|) * |r_A| * V_R = 0 \Rightarrow U * A * (T_{env} - T) + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{A0} * (1-x_A) = 0 \Rightarrow$$

$$T = T_{env} + \frac{(\pm |\Delta H_R|) * k * C_{A0} * V_R}{U * A} * e^{-k*t}$$

### 1.2.2. Αδιαβατικός

#### 1.2.2.1 Unsteady State (Μη-Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος = 0, Έξοδος = 0, Παραγωγή - Κατανάλωση =  $\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$   
 Συσώρευση =  $m * C_p * dT/dt$

$$(\pm |\Delta H_R|) * |r_A| * V_R = m * C_p * dT/dt \Rightarrow$$

$$T = T_0 + \left\{ \frac{(\pm |\Delta H_R|) * V_R * C_{A0}}{m * C_p} \right\} * e^{-k*t}$$

#### 1.2.2.2. Steady State (Μόνιμες Συνθήκες)

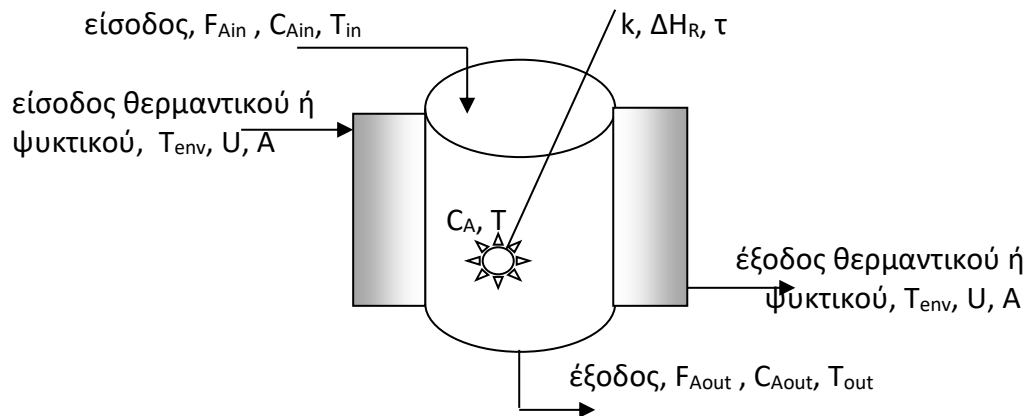
Είσοδος = 0, Έξοδος = 0, Παραγωγή - Κατανάλωση =  $\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$   
 Συσώρευση = 0

$$\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R = 0 \Rightarrow |\Delta H_R| = 0$$

**(ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΘΕΡΜΟΤΟΝΙΣΜΟΥ)  
(ΟΥΤΕ ΕΞΩΘΕΡΜΗ ΟΥΤΕ ΕΝΔΟΘΕΡΜΗ)**

## 2. CSTR (Πλήρους Ανάδευσης)

Για πλήρη ανάδευση ισχύει ότι  $C_{Aout} = C_A$  και  $T_{out} = T$



### 2.1. Mass Balance (Ισοζύγιο Μάζας) (mol/s):

#### 2.1.1 Unsteady State (Μη-Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος =  $F_{Ain}$ , Έξοδος =  $F_{Aout}$ , Παραγωγή = 0

Κατανάλωση =  $|r_A| * V_R = k * C_A * V_R$

Συσώρευση =  $V_R * dC_A/dt$

$$F_{Ain} - F_{Aout} - k * C_A * V_R = V_R * dC_A/dt \Rightarrow$$

$$F_{Ain} - F_{Aout} - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = V_R * C_{Ain} * d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$\dot{V} * C_{Ain} - \dot{V} * C_{Aout} - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = V_R * C_{Ain} * d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$\dot{V} * C_{Ain} - \dot{V} * C_{Ain} (1 - x_A) - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = V_R * C_{Ain} * d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$\dot{V} - \dot{V} (1 - x_A) - k * V_R * (1 - x_A) = V_R * d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$\dot{V} / V_R - \dot{V} / V_R (1 - x_A) - k * (1 - x_A) = d(1 - x_A)/dt \Rightarrow$$

$$1/\tau - (1/\tau + k) * (1 - x_A) = d(1 - x_A)/dt \Rightarrow -(1/\tau + k) * t = \ln[1/\tau - (1/\tau + k) * (1 - x_A)] \Rightarrow$$

$$1 - x_A = \frac{\tau * e^{-(1+k*\tau)*(t/\tau)} - 1}{1+k*\tau} \Rightarrow x_A = 1 + \frac{\tau * e^{-(1+k*\tau)*(t/\tau)} - 1}{1+k*\tau}$$

#### 2.1.1. Steady State (Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος =  $F_{Ain}$ , Έξοδος =  $F_{Aout}$ , Παραγωγή = 0

Κατανάλωση =  $|r_A| * V_R = k * C_A * V_R$

Συσώρευση = 0

$$F_{Ain} - F_{Aout} - k * C_A * V_R = 0 \Rightarrow 1/\tau - (1/\tau + k) * (1 - x_A) = 0 \Rightarrow$$

$$(1-x_A) = 1/(1+k*\tau) \Rightarrow x_A = k*\tau/(1+k*\tau)$$

## 2.2. Energy Balance (Ισοζύγιο Ενέργειας) (kJ/s):

### 2.2.1. Πολυτροπικός

#### 2.2.1.1. Unsteady State (Μη-Μόνιμες Συνθήκες)

$$\text{Είσοδος} - \text{Έξοδος} = \dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{in} - T_{out}),$$

$$\text{Παραγωγή} - \text{Κατανάλωση} = \pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$$

$$\text{Συσώρευση} = V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix} * dT/dt$$

$$\text{Πλήρης ανάδευση } T_{out} = T$$

$$\dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{in} - T_{out}) + (\pm |\Delta H_R|) * |r_A| * V_R = V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix} * dT/dt \Rightarrow$$

$$U * A * (T_{env} - T) + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{in} - T_{out}) + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * (1 - x_A) = V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix} * dT/dt \Rightarrow$$

$$C_1 = U * A / (V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix})$$

$$C_2 = \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} / (V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix})$$

$$C_3 = (\pm |\Delta H_R|) * k * C_{Ain} / (\rho_{mix} * C_{Pmix})$$

$$C_4 = (U * A + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix}) / (V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix})$$

$$C_5 = (\pm |\Delta H_R|) * k * C_{Ain} * \tau / [\rho_{mix} * C_{Pmix} * (1 + k * \tau)]$$

$$C_6 = \frac{U * A * T_{env} + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * T_{in} - (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * (1 + k * \tau)^{-1}}{V_R * \rho_{mix} * C_{Pmix}}$$

**(α)** Για  $dC_A/dt = 0$  (steady state μάζας)  $\Rightarrow (1-x_A) = 1/(1+k*\tau)$

Άρα:

$$C_1 * (T_{env} - T) + C_2 * (T_{in} - T) + C_3 / (1 + k * \tau) = dT/dt \Rightarrow \int_0^t dt = - \frac{1}{C_1 + C_2} * \int_{T_{in}}^T \frac{d[C_1 * (T_{env} - T) + C_2 * (T_{in} - T) + \frac{C_3}{1 + k * \tau}]}{C_1 * (T_{env} - T) + C_2 * (T_{in} - T) + \frac{C_3}{1 + k * \tau}} \Rightarrow$$

$$T = \frac{C_1 * T_{env} + C_2 * T_{in} + \frac{C_3}{1 + k * \tau} - \left[ C_1 * (T_{env} - T_{in}) + \frac{C_3}{1 + k * \tau} \right] * e^{-(C_1 + C_2) * t}}{C_1 + C_2}$$

**(β)** Για  $dC_A/dt \neq 0$  (unsteady state μάζας)  $\Rightarrow (1-x_A) = \frac{\tau * e^{-(1+k*\tau)*(\frac{t}{\tau})} - 1}{1+k*\tau}$

$$\frac{dT}{dt} + C_4 * T = C_5 * e^{-(1+k*\tau)*\frac{t}{\tau}} + C_6$$

#### (ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΜΗ ΟΜΟΓΕΝΗΣ 1<sup>ης</sup> ΤΑΞΗΣ)

$$T = \left( T_{in} - \frac{C_5 * \tau}{C_4 * \tau - (1 + k * \tau)} + \frac{C_6}{C_4} \right) * e^{-C_4 * t} + \frac{C_5 * \tau}{C_4 * \tau - (1 + k * \tau)} * e^{-(1+k*\tau)*\frac{t}{\tau}} + \frac{C_6}{C_4}$$

#### 2.2.1.2. Steady State (Μόνιμες Συνθήκες)

Είσοδος - Έξοδος =  $\dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * (T_{in} - T_{out})$ ,  
 Παραγωγή - Κατανάλωση =  $\pm |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$   
 Συσώρευση = 0

$$\dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * (T_{in} - T_{out}) + (\pm |\Delta H_R|) * |r_A| * V_R = 0 \Rightarrow$$

$$U * A * (T_{env} - T) + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * (T_{in} - T) + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * (1 - x_A) = 0 \Rightarrow$$

$$(U * A * T_{env} + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * T_{in}) - T * (U * A + \dot{m}_{mix} * C_{pmix}) + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * (1 - x_A) = 0$$

(α) Για  $dC_A/dt = 0$  (steady state μάζας)  $\Rightarrow (1 - x_A) = 1 / (1 + k * \tau)$

Άρα

$$T = \frac{U * A * T_{env} + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * T_{in} + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * \frac{1}{1 + k * \tau}}{U * A + \dot{m}_{mix} * C_{pmix}}$$

(β) Για  $dC_A/dt \neq 0$  (unsteady state μάζας)  $\Rightarrow (1 - x_A) = \frac{\tau * e^{-(1+k*\tau)*(\frac{t}{\tau})} - 1}{1+k*\tau}$

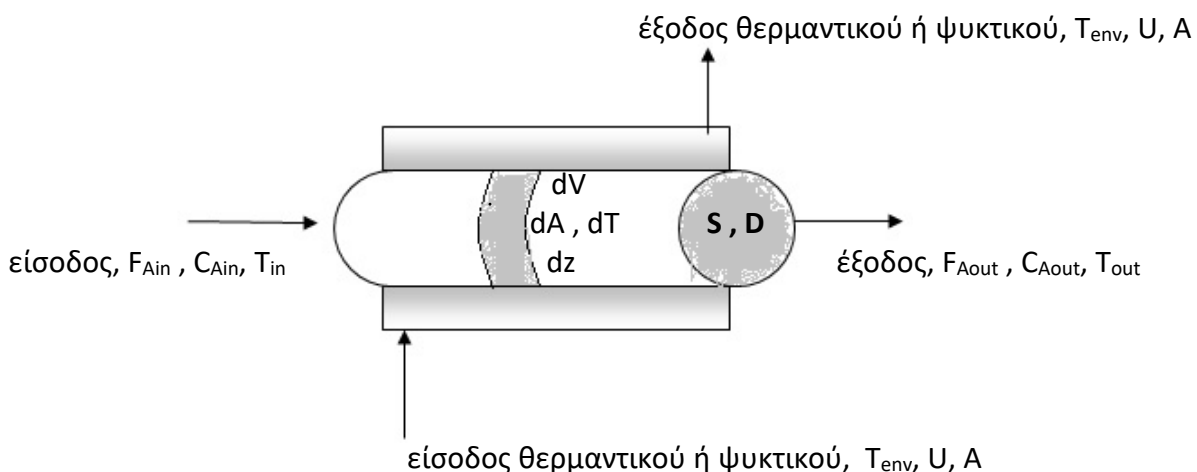
$$T = \frac{U * A * T_{env} + \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * T_{in} + (\pm |\Delta H_R|) * k * V_R * C_{Ain} * \frac{\tau * e^{-(1+k*\tau)*(\frac{t}{\tau})} - 1}{1 + k * \tau}}{U * A + \dot{m}_{mix} * C_{pmix}}$$

**(Η ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΔΕΙΧΝΕΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΚΑΙ ΑΡΑ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΟ st.st. ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΥΠΑΧΕΙ st.st. ΜΑΖΙΚΗΣ ΡΟΗΣ)**

### 3. PFR (Plug Flow-Εμβολικής Ροής)

Για ένα διαφορικό όγκο ελέγχου dV:

**ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΜΟΝΙΜΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ (STEADY STATE) ΜΑΖΙΚΗΣ ΡΟΗΣ (dC<sub>A</sub>/dt=0) ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ (dT/dt=0)**



#### 3.1. Mass Balance (Ισοζύγιο Μάζας) (mol/s):

##### 3.1.1. Διαφορική θεώρηση ως προς τον όγκο

$$F_{Ain} * dx = |r_A| * dV \Rightarrow F_{Ain} * dx = k * C_{Ain} * (1 - x) * dV \Rightarrow \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = \frac{k * C_{Ain}}{F_{Ain}} \int_0^{V_R} dV \Rightarrow$$

$$x_{out} = 1 - e^{-\frac{k * C_{Ain} * V_R}{F_{Ain}}} \Rightarrow x_{out} = 1 - e^{-k * \tau}$$

### 3.1.2. Διαφορική θεώρηση ως προς τη μάζα καταλύτη

$$F_{Ain} * dx = |r'_A| * dm_c \Rightarrow F_{Ain} * dx = k' * C_{Ain} * (1 - x) * dm_c \Rightarrow \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = \frac{k' * C_{Ain}}{F_{Ain}} \int_0^{m_{cat}} dm_c \Rightarrow$$
$$x_{out} = 1 - e^{-\frac{k' * C_{Ain} * m_{cat}}{F_{Ain}}}$$

### 3.1.3. Διαφορική θεώρηση ως προς το μήκος αντιδραστήρα (διάμετρος $D_R$ σταθερή)

$$F_{Ain} * dx = |r_A| * dV \Rightarrow F_{Ain} * dx = k * C_{Ain} * (1 - x) * \frac{\pi * D_R^2}{4} * dz \Rightarrow \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = \frac{k * C_{Ain}}{F_{Ain}} * \frac{\pi * D_R^2}{4} \int_0^{L_R} dz \Rightarrow$$
$$x_{out} = 1 - e^{-\frac{k * C_{Ain} * \pi * D_R^2 * L_R}{4 * F_{Ain}}} \Rightarrow L_R = -\frac{4 * F_{Ain}}{\pi * k * C_{Ain} * D_R^2} * \ln(1 - x_{out})$$

Για τυχαίο μήκος  $z (< L_R)$  του αντιδραστήρα πριν την έξοδο και τυχαία μετατροπή  $x$  μέχρι εκεί ( $x < x_{out}$ ) ισχύει:

$$x = 1 - e^{-\frac{k * C_{Ain} * \pi * D_R^2 * z}{4 * F_{Ain}}} \Rightarrow z = -\frac{4 * F_{Ain}}{\pi * k * C_{Ain} * D_R^2} * \ln(1 - x)$$

### 3.1.4. Διαφορική θεώρηση ως προς τη διάμετρο αντιδραστήρα (μήκος $L_R$ σταθερό)

$$F_{Ain} * dx = |r_A| * dV \Rightarrow F_{Ain} * dx = k * C_{Ain} * (1 - x) * \frac{\pi * L_R}{2} * D * dD \Rightarrow \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = \frac{k * C_{Ain}}{F_{Ain}} * \frac{\pi * L_R}{2} \int_0^{D_R} D dD \Rightarrow$$
$$x_{out} = 1 - e^{-\frac{k * C_{Ain} * \pi * D_R^2 * L_R}{4 * F_{Ain}}} \Rightarrow D_R = \sqrt{-\frac{4 * F_{Ain}}{\pi * k * C_{Ain} * L_R} * \ln(1 - x_{out})}$$

## 3.2. Energy Balance (Ισοζύγιο Ενέργειας) (kJ/s):

### 3.2.1. Πολυτροπικός

Διαφορική θεώρηση ως προς τον όγκο

$$U * (T_{env} - T) * dA + F_{Ain} * (\pm |\Delta H_R|) * dx = \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * dT \Rightarrow$$

$$U * (T_{env} - T) * \pi * D_R * dz + F_{Ain} * (\pm |\Delta H_R|) * dx = \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * dT \Rightarrow$$

$$U * (T_{env} - T) * \frac{4 * F_{Ain}}{k * C_{Ain} * D_R} * \frac{dx}{1-x} + F_{Ain} * (\pm |\Delta H_R|) * dx = \dot{m}_{mix} * C_{pmix} * dT$$

**(ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ- ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ)**

#### 3.2.1.1 Ισοθερμοκρασιακή λειτουργία

$$T_{in} = T_{out} = T = \text{constant} \Rightarrow dT = 0$$

Από το ισοζύγιο μάζας έχουμε:

$$dz = \frac{4 * F_{Ain}}{\pi * k * C_{Ain} * D_R^2} * \frac{dx}{1-x}$$

Άρα:

$$U * (T_{env} - T_{in}) * \frac{4 * F_{Ain}}{k * C_{Ain} * D_R} * \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} + F_{Ain} * (\pm |\Delta H_R|) * \int_0^{x_{out}} dx = 0 \Rightarrow$$

$$(\pm|\Delta H_R|) * x_{out} = U * (T_{env} - T_{in}) * \frac{4}{k * C_{Ain} * D_R} * \ln(1 - x_{out})$$

### 3.2.2. Αδιαβατικός

$$F_{Ain} * (\pm|\Delta H_R|) * \int_0^{x_{out}} dx = \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * \int_{T_{in}}^{T_{out}} dT \Rightarrow$$

$$F_{Ain} * (\pm|\Delta H_R|) * x_{out} = \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{out} - T_{in})$$

Για τυχαίο μήκος  $z (< L_R)$  του αντιδραστήρα πριν την έξοδο και τυχαία μετατροπή  $x$  μέχρι εκεί ( $x < x_{out}$ ) ισχύει:

$$F_{Ain} * (\pm|\Delta H_R|) * x = \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T - T_{in})$$

ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ



1. Έστω η αντίδραση  $A \rightarrow B$  με κινητική πρώτης τάξης. Για  $C_A=1 \text{ mol/l}$  η ταχύτητα της δράσης είναι  $0.2 \text{ mol/(l*s)}$ . Ποιος θα είναι ο ρυθμός της δράσης για  $C_A=10 \text{ mol/l}$  ;

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι πρώτης τάξης ισχύει  $r_A=k*C_A \rightarrow k=r_A/C_A$  (Υπολογισμός  $k$  για  $C_A=1 \text{ mol/l}$ )

Για ίδιες συνθήκες θερμοκρασίας-πίεσης  $k$ =σταθερό. Άρα  $r_A=k*C_A$  (Υπολογισμός  $r_A$  για  $C_A=10 \text{ mol/l}$ )

2. Ένα υγρό  $A$  διασπάται ( $A \rightarrow B$ ) με κινητική πρώτης τάξης σε αντιδραστήρα διαλείποντος έργου (batch) με μετατροπή 50% σε χρόνο 5min. Πόσος χρόνος θα απαιτηθεί για να έχουμε μετατροπή 75% ;

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι πρώτης τάξης ισχύει  $r_A=k*C_A$ . Επίσης ισχύει ότι  $C_A=C_{A0}*(1-x_A)$ . Ισοζύγιο μάζας για batch αντιδραστήρα:

$$r_A * V_R = V_R * \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_A = \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_{A0} * (1-x_A) = C_{A0} * \frac{d(1-x_A)}{dt} \Rightarrow k * dt = \frac{d(1-x_A)}{1-x_A} \Rightarrow$$

$$k * \int_0^t dt = \int_0^{x_A} \frac{d(1-x_A)}{1-x_A} \Rightarrow k * t = \ln(1-x_A)$$

Επιλύουμε ως προς  $k$  για  $x_A=0.5$  και  $t=5 \text{ min}$ . Επειδή  $k$ =σταθερό επιλύουμε ξανά ως προς  $t$  για το  $k$  που υπολογίσαμε και για  $x_A=0.75$ .

3. Επαναλάβετε την άσκηση 2 για κινητική δευτέρας τάξης και  $C_{A0}=10 \text{ mol/l}$ .

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι δευτέρας τάξης ισχύει  $r_A=k*C_A^2$ . Επίσης ισχύει ότι  $C_A=C_{A0}*(1-x_A)$ . Ισοζύγιο μάζας για batch αντιδραστήρα:

$$r_A * V_R = V_R * \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_A^2 = \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_{A0}^2 * (1-x_A)^2 = C_{A0} * \frac{d(1-x_A)}{dt} \Rightarrow k * C_{A0} * dt = \frac{d(1-x_A)}{(1-x_A)^2} \Rightarrow$$

$$k * C_{A0} * \int_0^t dt = \int_0^{x_A} \frac{d(1-x_A)}{(1-x_A)^2} \Rightarrow k * C_{A0} * t = -\frac{1}{1-x_A} + 1$$

Επιλύουμε ως προς  $k$  για  $x_A=0.5$  και  $t=5 \text{ min}$ . Επειδή  $k$ =σταθερό επιλύουμε ξανά ως προς  $t$  για το  $k$  που υπολογίσαμε και για  $x_A=0.75$ .

4. Επαναλάβετε την άσκηση 2 για κινητική τάξης  $1/2$  και  $C_{A0}=10 \text{ mol/l}$ .

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι τάξης  $1/2$  ισχύει  $r_A=k*C_A^{1/2}$ . Επίσης ισχύει ότι  $C_A=C_{A0}*(1-x_A)$ . Ισοζύγιο μάζας για batch αντιδραστήρα:

$$r_A * V_R = V_R * \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_A^{1/2} = \frac{dC_A}{dt} \Rightarrow k * C_{A0}^{1/2} * (1-x_A)^{1/2} = C_{A0} * \frac{d(1-x_A)}{dt} \Rightarrow$$

$$k * C_{A0}^{-1/2} * dt = \frac{d(1-x_A)}{(1-x_A)^{1/2}} \Rightarrow k * C_{A0}^{-1/2} * \int_0^t dt = \int_0^{x_A} \frac{d(1-x_A)}{(1-x_A)^{1/2}} \Rightarrow k * C_{A0}^{-1/2} * t = 2 * x_A^{1/2}$$

Επιλύουμε ως προς  $k$  για  $x_A=0.5$  και  $t=5 \text{ min}$ . Επειδή  $k$ =σταθερό επιλύουμε ξανά ως προς  $t$  για το  $k$  που υπολογίσαμε και για  $x_A=0.75$ .

5. Η αντίδραση  $A \rightarrow B$  είναι πρώτης τάξης και διεξάγεται σε αντιδραστήρα συνεχούς έργου πλήρους ανάμειξης (CSTR) όγκου  $V_R=50$  lt. Τα αιωρούμενα στερεά καταλυτικά σωματίδια θεωρούνται σφαιρικά με πυκνότητα  $\rho_{cat}=0.8$  g/cm<sup>3</sup><sub>cat</sub>. Η ποσότητα καταλύτη στον αντιδραστήρα είναι  $m_{cat}=1$  kg. Η τροφοδοσία του αντιδραστήρα γίνεται με υγρό διάλυμα A με αρχική συγκέντρωση  $C_{A0}=20$  mol/lit. Στην έξοδο του αντιδραστήρα η συγκέντρωση του A είναι  $C_A=15$  mol/lit. Ο χρόνος χώρου του αντιδραστήρα είναι  $\tau=50$  min. Να υπολογιστεί η ειδική ταχύτητα της δράσης για ρυθμό εκφρασμένο ανά μονάδα όγκου αντιδραστήρα (molA/(lt<sub>reactor</sub>\*min)) και ανά μονάδα όγκου καταλύτη (molA/(lt<sub>cat</sub>\*min)).

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι πρώτης τάξης ισχύει  $r_A=k \cdot C_A$ . Επίσης ισχύει ότι  $C_A=C_{A0} \cdot (1-x_A)$ ,  $x_A=(C_{A0}-C_A)/C_{A0}$  και ότι  $\tau=V_R/Q \Rightarrow Q=V_R/\tau$ .

Ισοζύγιο μάζας για CSTR αντιδραστήρα για ρυθμό εκφρασμένο ανά μονάδα όγκου αντιδραστήρα σε μόνιμες συνθήκες (steady state):

$$Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_A - r_A \cdot V_R = 0 \Rightarrow Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_A - k \cdot C_A \cdot V_R = 0 \Rightarrow$$

$$Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) - k \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) \cdot V_R = 0 \Rightarrow Q \cdot x_A - k \cdot (1-x_A) \cdot V_R = 0 \Rightarrow$$

$$k = \frac{Q \cdot x_A}{(1-x_A) \cdot V_R}$$

Ο όγκος καταλύτη είναι ίσος με  $V_{cat}=m_{cat}/\rho_{cat}$ .

Ισοζύγιο μάζας για CSTR αντιδραστήρα για ρυθμό εκφρασμένο ανά μονάδα όγκου καταλύτη σε μόνιμες συνθήκες (steady state):

$$Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_A - r_A \cdot V_{cat} = 0 \Rightarrow Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_A - k \cdot C_A \cdot V_{cat} = 0 \Rightarrow$$

$$Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) - k \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) \cdot V_{cat} = 0 \Rightarrow Q \cdot x_A - k \cdot (1-x_A) \cdot V_{cat} = 0 \Rightarrow$$

$$k = \frac{Q \cdot x_A}{(1-x_A) \cdot V_{cat}}$$

Σημειώνεται ότι οι τιμές του k διαφέρουν στις δυο περιπτώσεις επειδή στην πρώτη περίπτωση και για πρώτης τάξης αντίδραση οι μονάδες του k είναι min<sup>-1</sup> ενώ στη δεύτερη και για πρώτης πάλι τάξης αντίδραση οι μονάδες του k είναι min<sup>-1</sup>\*lt<sub>reactor</sub>/cm<sup>3</sup><sub>cat</sub>.

6. Βιομηχανικός αυλωτός αντιδραστήρας όγκου  $V_R=50$  m<sup>3</sup> λειτουργεί με καταλύτη σε σταθερή κλίνη και η αντίδραση  $A \rightarrow B$  ακολουθεί κινητική πρώτης τάξης. Στην έξοδο επιτυγχάνεται μετατροπή του A κατά 95%. Η ειδική ταχύτητα της δράσης είναι 8 m<sup>3</sup>/(h\*kg<sub>cat</sub>). Το πορώδες της κλίνης είναι  $\varepsilon=0.4$  και η πυκνότητα του καταλύτη  $\rho_{cat}=1.4$  g/cm<sup>3</sup><sub>cat</sub>. Να υπολογισθεί η ογκομετρική παροχή τροφοδοσίας.

### ΛΥΣΗ

Αφού είναι πρώτης τάξης ισχύει  $r_A=k \cdot C_A$ . Επίσης  $x_A=0.95$ . Με βάση τον ορισμό του πορώδους ισχύει:  $\varepsilon=(V_R-V_{cat})/V_R \Rightarrow V_{cat}=V_R \cdot (1-\varepsilon)$ . Άρα η συνολική μάζα καταλύτη είναι  $m_{cat0}=\rho_{cat} \cdot V_{cat}$ .

Από τις μονάδες του k καταλαβαίνουμε ότι ο ρυθμός εκφράζεται σε molA/(h\*kg<sub>cat</sub>).

Επίσης ισχύει ότι  $F_A=Q \cdot C_A$ .

Ισοζύγιο μάζας για αντιδραστήρα εμβολικής ροής (Plug Flow) για ρυθμό εκφρασμένο ανά μονάδα μάζας καταλύτη σε μόνιμες συνθήκες (steady state):

$$F_{A0} \cdot dx = r_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow F_{A0} \cdot dx = k \cdot C_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow F_{A0} \cdot dx = k \cdot C_{A0} \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow$$

$$F_{A0} \cdot \frac{dx}{1-x} = k \cdot C_{A0} \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot C_{A0} \cdot \int_0^{x_A} \frac{dx}{1-x} = k \cdot C_{A0} \cdot \int_0^{m_{cat0}} dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot [-\ln(1-x_A)] = k \cdot m_{cat0} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{k \cdot m_{cat0}}{-\ln(1-x_A)}$$

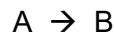
Σημειώνεται ότι το Ισοζύγιο μάζας για ρυθμό εκφρασμένο ανά μονάδα όγκου αντιδραστήρα (άρα  $k$  σε μονάδες  $h^{-1}$ ) σε μόνιμες συνθήκες (steady state) είναι:

$$F_{A0} * dx = r_A * dV_R \Rightarrow F_{A0} * dx = k * C_A * dV_R \Rightarrow F_{A0} * dx = k * C_{A0} * (1 - x) * dV_R \Rightarrow$$

$$F_{A0} * \frac{dx}{1 - x} = k * C_{A0} * dV_R \Rightarrow Q * C_{A0} * \int_0^{x_A} \frac{dx}{1 - x} = k * C_{A0} * \int_0^{V_{R0}} dV_R \Rightarrow Q * [-\ln(1 - x_A)] = k * V_{R0} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{k * V_{R0}}{-\ln(1 - x_A)}$$

1. **Αδιαβατικός** αντιδραστήρας εμβολικής ροής χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή της εξώθερμης καταλυτικής δράσης:



Όπως προέκυψε από πειράματα σε αντιδραστήρα διαλείποντος έργου η αντίδραση είναι πρώτης τάξης, ενώ ο θερμοτονισμός της αντίδρασης είναι  $\Delta H_R$ .

Η υγρή τροφοδοσία, πυκνότητας  $d_L$ , περιέχει το A σε συγκέντρωση  $C_{A,IN}$  και εισέρχεται με ογκομετρική παροχή  $Q_L$  στον αντιδραστήρα σε θερμοκρασία  $T_{IN}$ . Μέσα στον αντιδραστήρα βρίσκεται πακτωμένη καταλυτική κλίνη συνολικής μάζας  $m_{CAT}$ . Υπολογίστε τη συγκέντρωση της υγρής φάσης εξόδου σε A,  $C_{A,OUT}$ , και της θερμοκρασίας εξόδου  $T_{out}$  από τον αντιδραστήρα.

Δίνονται:  $Q_L = 100 \frac{m_L^3}{h}$ ,  $C_{A,IN} = 5 \frac{mole}{m_L^3}$ ,  $T_{IN} = 310^\circ C$ ,  $m_{CAT} = 10 kg_{CAT}$ ,

$k = 8 m_L^3 / (kg_{cat} \cdot h)$ ,  $\Delta H_R = 2.5 \cdot 10^4 \frac{kJ}{mole}$ ,  $\bar{C}_{P,L} = 5 \frac{kJ}{Kg \cdot K}$ ,  $d_L = 870 \frac{Kg}{m_L^3}$

### ΛΥΣΗ

	A	→	B
Αρχικά	$F_{A,IN}$		-
Αντέδρασαν	$F_{A,IN} \cdot x_{out}$		-
Παρήχθησαν	-		$F_{A,IN} \cdot x_{out}$
Στην Έξοδο	$F_{A,IN} \cdot (1 - x_{out})$		$F_{A,IN} \cdot x_{out}$

Ισχύει ότι  $d_L = \frac{\dot{m}_L}{Q} \Rightarrow \dot{m}_L = d_L \cdot Q$  και  $F_{A,IN} = Q \cdot C_{A,IN}$

Ισοζύγιο Μάζας για Εμβολική Ροή (Plug Flow)

Με βάση τις μονάδες του ειδικού ρυθμού  $k$  το ισοζύγιο γίνεται:

$$F_{A,IN} \cdot dx = r_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot C_{A,IN} \cdot dx = k \cdot C_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot C_{A,IN} \cdot dx = k \cdot C_{A,IN} \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow$$

$$Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = k \cdot \int_0^{m_{CAT}} dm_{cat} \Rightarrow -\ln(1-x_A) = \frac{k}{Q} \cdot m_{CAT} \Rightarrow x_{out} = 1 - e^{-\frac{k}{Q} \cdot m_{CAT}}$$

$$x_{out} = 0.551$$

Άρα

$$C_{A,OUT} = C_{A,IN} \cdot (1 - x_{out}) = 2.247 \frac{mole}{m_L^3}$$

Ισοζύγιο Ενέργειας για Εμβολική Ροή (Plug Flow):

$$U \cdot (T_{env} - T) \cdot dA + F_{A,IN} \cdot |\Delta H_R| \cdot dx = \dot{m}_L \cdot \bar{C}_{P,L} \cdot dT$$

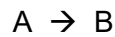
Για αδιαβατική λειτουργία ισχύει:

$$F_{A,IN} \cdot |\Delta H_R| \cdot dx = \dot{m}_L \cdot \bar{C}_{P,L} \cdot dT \Rightarrow Q \cdot C_{A,IN} \cdot |\Delta H_R| \cdot \int_0^{x_{out}} dx = \dot{m}_L \cdot \bar{C}_{P,L} \cdot \int_{T_{IN}}^{T_{OUT}} dT \Rightarrow$$

$$Q \cdot C_{A,IN} \cdot |\Delta H_R| \cdot x_{out} = d_L \cdot Q \cdot \bar{C}_{P,L} \cdot (T_{OUT} - T_{IN}) \Rightarrow T_{OUT} = \frac{C_{A,IN} \cdot |\Delta H_R| \cdot x_{out}}{d_L \cdot \bar{C}_{P,L}} + T_{IN}$$

Άρα  $T_{OUT} = 325.833^\circ C$

2. Πολυτροπικός αυλωτός αντιδραστήρας εμβολικής ροής, διαμέτρου  $D_R=20$  cm (=0.2m) και μήκους  $z$ , χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή της εξώθερμης καταλυτικής δράσης:



Όπως προέκυψε από πειράματα σε αντιδραστήρα διαλείποντος έργου η αντίδραση είναι πρώτης τάξης, ενώ ο θερμοτονισμός της αντίδρασης είναι  $\Delta H_R=2.5 \cdot 10^4$  kJ/mole.

Η υγρή τροφοδοσία, πυκνότητας  $\rho_L=870$  kg/mL<sup>3</sup>, περιέχει το A σε συγκέντρωση  $C_{A,IN}=5$  mole/mL<sup>3</sup> και εισέρχεται με ογκομετρική παροχή  $Q_L=100$  mL<sup>3</sup>/h στον αντιδραστήρα σε θερμοκρασία  $T_{IN}=310^\circ\text{C}$ . Μέσα στον αντιδραστήρα βρίσκεται πακτωμένη καταλυτική κλίνη, πορώδους  $\varepsilon=0.5$ , πυκνότητας καταλύτη  $\rho_{cat}=1.2$  kg/lt (=0.0012kg<sub>cat</sub>/m<sub>cat</sub><sup>3</sup>) και συνολικής μάζας  $m_{CAT}=10$  kg<sub>cat</sub>. Υπολογίστε τη συγκέντρωση της υγρής φάσης εξόδου σε A,  $C_{A,OUT}$ , και το συντελεστή μεταφοράς θερμότητας  $U$  kJ/(m<sup>2</sup>\*h\*°C) για ισοθερμοκρασιακή λειτουργία του αντιδραστήρα. Η θερμοκρασία ψυκτικού του αντιδραστήρα είναι  $T_{env}=25$  °C.

Δίνονται: Ειδική ταχύτητα της δράσης  $k=8$  mL<sup>3</sup>/(kg<sub>cat</sub>\*h)

### ΛΥΣΗ

	A	→	B
Αρχικά	$F_{A,IN}$		-
Αντέδρασαν	$F_{A,IN} \cdot x_{out}$		-
Παρήχθησαν	-		$F_{A,IN} \cdot x_{out}$
Στην Έξοδο	$F_{A,IN} \cdot (1-x_{out})$		$F_{A,IN} \cdot x_{out}$

Ισχύει ότι  $\rho_L = \frac{\dot{m}_L}{Q} \Rightarrow \dot{m}_L = \rho_L \cdot Q$ ,  $F_{A,IN} = Q \cdot C_{A,IN}$  και  $V_{cat} = V_R \cdot (1-\varepsilon)$

Ισοζύγιο Μάζας για Εμβολική Ροή (Plug Flow)

Με βάση τις μονάδες του ειδικού ρυθμού  $k$  το ισοζύγιο γίνεται:

$$F_{A,IN} \cdot dx = r_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot C_{A,IN} \cdot dx = k \cdot C_A \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot C_{A,IN} \cdot dx = k \cdot C_{A,IN} \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow$$

$$Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} = k \cdot \int_0^{m_{CAT}} dm_{cat} \Rightarrow -\ln(1-x_A) = \frac{k}{Q} \cdot m_{CAT} \Rightarrow x_{out} = 1 - e^{-\frac{k}{Q} \cdot m_{CAT}}$$

$$x_{out} = 0.551$$

Άρα

$$C_{A,OUT} = C_{A,IN} \cdot (1-x_{out}) = 2.247 \frac{\text{mole}}{\text{m}_L^3}$$

Τροποποίηση Ισοζυγίου Μάζας:

$$Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot dm_{cat} \Rightarrow Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot \rho_{cat} \cdot dV_{cat} \Rightarrow$$

$$Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot \rho_{cat} \cdot (1-\varepsilon) \cdot dV_R \Rightarrow$$

$$Q \cdot dx = k \cdot (1-x) \cdot \rho_{cat} \cdot (1-\varepsilon) \cdot \pi \cdot \frac{D_R^2}{4} dz \Rightarrow$$

$$dz = \frac{4 \cdot Q}{k \cdot (1-x) \cdot \rho_{cat} \cdot (1-\varepsilon) \cdot \pi \cdot D_R^2} \cdot dx$$

Ισοζύγιο Ενέργειας για Εμβολική Ροή (Plug Flow):

$$U * (T_{env} - T) * dA + F_{A,IN} * |\Delta H_R| * dx = \dot{m}_L * \bar{C}_{P,L} * dT$$

Για ισοθερμοκρασιακή λειτουργία ισχύει ότι  $T = T_{IN}$  και  $dT = 0$

Άρα

$$U * (T_{env} - T_{IN}) * dA + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * dx = 0 \Rightarrow$$

$$U * (T_{env} - T_{IN}) * \pi * D_R * dz + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * dx = 0 \Rightarrow$$

$$U * (T_{env} - T_{IN}) * \pi * D_R * \frac{4 * Q}{k * (1-x) * \rho_{cat} * (1-\varepsilon) * \pi * D_R^2} * dx + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * dx = 0 \Rightarrow$$

$$U * (T_{env} - T_{IN}) * \frac{4 * Q}{k * (1-x) * \rho_{cat} * (1-\varepsilon) * D_R} * dx + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * dx = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{4 * U * (T_{env} - T_{IN}) * Q}{k * \rho_{cat} * (1-\varepsilon) * D_R} * \int_0^{x_{out}} \frac{dx}{1-x} + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * \int_0^{x_{out}} dx = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{4 * U * (T_{env} - T_{IN}) * Q}{k * \rho_{cat} * (1-\varepsilon) * D_R} * [-\ln(1-x_{out})] + Q * C_{A,IN} * |\Delta H_R| * x_{out} = 0 \Rightarrow$$

$$U = \frac{C_{A,IN} * |\Delta H_R| * x_{out} * k * \rho_{cat} * (1-\varepsilon) * D_R}{4 * (T_{env} - T_{IN}) * \ln(1-x_{out})} \Rightarrow$$

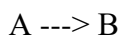
$$U = 0.29 \frac{kJ}{m^2 * ^\circ C * h}$$

## ΧΗΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΒΙΟΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

### ΘΕΜΑ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

06/09/2010

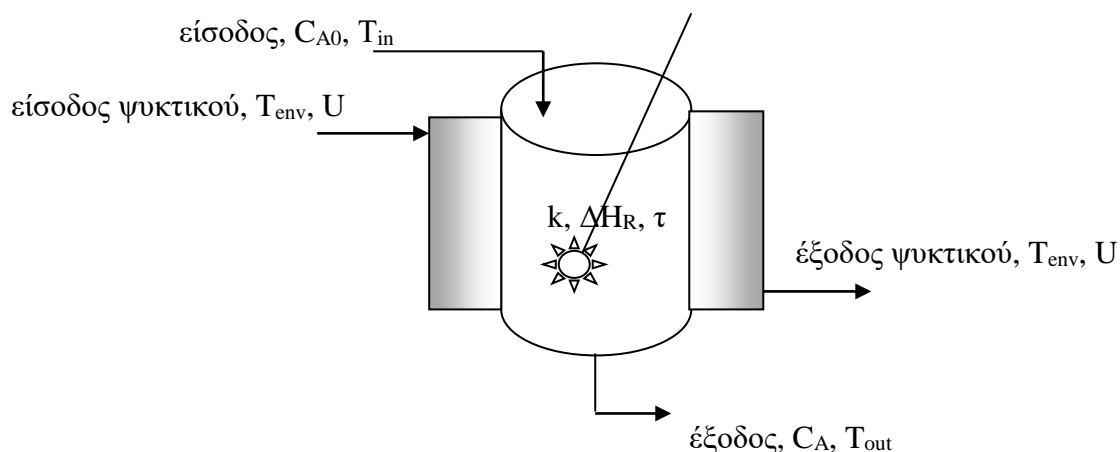
Σε βιομηχανικό κυλινδρικό αντιδραστήρα πλήρους ανάδευσης (CSTR) ακτίνας  $r=1\text{m}$  εισέρχεται αντιδρών Α και μετατρέπεται σε προϊόν Β κατά τη στοιχειώδη 1ης τάξης δράση:



Η συγκέντρωση εισόδου του Α είναι  $C_{A0} = 2 \text{ mol/l}$  και το αντιδρών εισέρχεται σε θερμοκρασία  $T_{in}=300^\circ\text{C}$ . Ο χρόνος χώρου του αντιδραστήρα είναι  $\tau=50 \text{ min}$ . Στην παράπλευρη επιφάνεια του αντιδραστήρα ρέει ψυκτικό υγρό ώστε η διεργασία να είναι **ισοθερμοκρασιακή**. Η αντίδραση είναι **εξώθερμη** με ενθαλπία αντίδρασης  $\Delta H_R = -37 \text{ kJ/mol}$  και ειδική ταχύτητα  $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

1) Να υπολογιστεί ο βαθμός μετατροπής  $x_{out}$  που επιτυγχάνεται στο συγκεκριμένο αντιδραστήρα (θεωρείστε **μόνιμες συνθήκες μαζικής ροής**).

2) Να υπολογιστεί η θερμοκρασία  $T_{env}$  του ψυκτικού μέσου που απαιτείται για να λειτουργεί ο αντιδραστήρας **ισοθερμοκρασιακά** αν ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας στην παράπλευρη επιφάνεια είναι  $U=25 \text{ W/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$ .



# ΛΥΣΗ

## 1) Steady State (Μόνιμες Συνθήκες) Μαζικής Ροής

Είσοδος =  $F_{Ain}$ , Έξοδος =  $F_{Aout}$ , Παραγωγή = 0

Κατανάλωση =  $|r_A| * V_R = k * C_A * V_R$

Συσώρευση = 0

$$F_{Ain} - F_{Aout} - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = 0 \Rightarrow \dot{V} * C_{Ain} - \dot{V} * C_{Aout} - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = 0 \Rightarrow$$

$$\dot{V} * C_{Ain} - \dot{V} * C_{Ain} (1 - x_A) - k * C_{Ain} * (1 - x_A) * V_R = 0 \Rightarrow \dot{V} - \dot{V} (1 - x_A) - k * V_R * (1 - x_A) = 0 \Rightarrow$$

$$\dot{V} / V_R - \dot{V} / V_R (1 - x_A) - k * (1 - x_A) = 0 \Rightarrow 1/\tau - (1/\tau + k) * (1 - x_A) = 0 \Rightarrow (1 - x_A) = 1/(1 + k * \tau) \Rightarrow$$

$$x_A = k * \tau / (1 + k * \tau) \Rightarrow x_A = [5 * 10^{-4} \text{ s}^{-1} * (50 * 60) \text{ s}] / \{1 + [5 * 10^{-4} \text{ s}^{-1} * (50 * 60) \text{ s}]\} \Rightarrow$$

$$x_A = 1.5 / 2.5 = 0.6 \text{ (60\% μετατροπή).}$$

=

## 2) Steady State (Μόνιμες Συνθήκες) θερμοκρασίας (Ισοθερμοκρασιακό): Πολυτροπικός, Steady State (Μόνιμες Συνθήκες) Μαζικής Ροής

$$\dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{in} - T_{out}) + |\Delta H_R| * |r_A| * V_R = \dot{m} * C_P * dT/dt \Rightarrow$$

Ισοθερμοκρασιακά:  $T_{in} = T_{out} = T$

Είσοδος - Έξοδος =  $\dot{q} + \dot{m}_{mix} * C_{Pmix} * (T_{in} - T_{out}) = \dot{q} + 0$

Παραγωγή - Κατανάλωση =  $+ |\Delta H_R| * |r_A| * V_R$  (Εξώθερμη)

Συσώρευση = 0

Επιφάνεια εναλλαγής θερμότητας:  $A = 2\pi * r * L$

Όγκος αντιδρώντος μίγματος (=όγκο αντιδραστήρα):  $V_R = \pi * r^2 * L$

Θερμοροή ψύξης:  $\dot{q} = U * A * \Delta T = U * A * (T_{env} - T)$

$$(\dot{q} + |\Delta H_R| * |r_A| * V_R = 0 \Rightarrow \dot{q} = - |\Delta H_R| * |r_A| * V_R \Rightarrow$$

$$U * 2\pi * r * L * (T_{env} - T) = - |\Delta H_R| * k * C_{A0} * (1 - x_A) * \pi * r^2 * L \Rightarrow$$

$$T_{env} = T - |\Delta H_R| * k * C_{A0} * (1 - x_A) * r / (2 * U) \Rightarrow$$

$$T_{env} = 300^\circ\text{C} + 37000 \text{ (J/mol)} * 5 * 10^{-4} \text{ (s}^{-1}\text{)} * 2000 \text{ (mol/m}^3\text{)} * (1 - 0.6) * 1 \text{ (m)} / (2 * 25)$$

$$[\text{W}/(\text{m}^2 * ^\circ\text{C})]$$

$$\Rightarrow T_{env} = 4^\circ\text{C}$$



## ΧΗΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΒΙΟΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

**Πρώτη πρόοδος (12-01-2010)**

**Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες**

### Θέμα

Σχεδιάζεται βιομηχανικός αυλωτός αντιδραστήρας (Plug Flow) για την μετατροπή παροχής  $Q=200 \text{ lt/min}$  αντιδρώντος A κατά την αντίδραση:



Η αντίδραση είναι πρώτης ( $1^{\text{ης}}$ ) τάξης ως προς A και από πειράματα που έγιναν στις ίδιες συνθήκες σε εργαστηριακή διάταξη διαλείποντος έργου (Batch) βρέθηκε ότι η ειδική ταχύτητα της δράσης είναι  $6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{min} \cdot \text{kg}_{\text{cat}})$ . Το πορώδες της καταλυτικής κλίνης είναι  $\varepsilon=0.4$  και η πυκνότητα του καταλύτη  $\rho_{\text{cat}}=1.4 \text{ g}_{\text{cat}}/\text{cm}^3_{\text{cat}}$ . Να υπολογιστεί ο χρόνος χώρου αντιδραστήρα ( $\tau$ ) προκειμένου να είναι εφικτή η μετατροπή του A κατά 85%.

### ΛΥΣΗ

Δεδομένα σε μονάδες SI:

$$Q=200 \text{ lt/min}=(200/60) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}=3.3333 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$k=6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{min} \cdot \text{kg}_{\text{cat}})=(6/60) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{kg}_{\text{cat}})=10^{-5} \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{kg}_{\text{cat}})$$

$$\rho_{\text{cat}}=1.4 \text{ g}_{\text{cat}}/\text{cm}^3_{\text{cat}}=1.4 \text{ kg}_{\text{cat}}/\text{lt}_{\text{cat}}=1.4 \cdot 10^3 \text{ kg}_{\text{cat}}/\text{m}^3_{\text{cat}}$$

$$\varepsilon=0.4$$

$$x_A=0.85$$

$$\text{Ισχύει ότι } C_A=C_{A0} \cdot (1-x)$$

Για αντίδραση  $1^{\text{ης}}$  τάξης ισχύει ότι:

$$r_A=k \cdot C_A=k \cdot C_{A0} \cdot (1-x)$$

Με επίλυση του ισοζυγίου μάζας για αντιδραστήρα εμβολικής ροής έχουμε:

$$F_{A0} * dx = r_A * dm_{cat} \Rightarrow F_{A0} * dx = k * C_A * dm_{cat} \Rightarrow F_{A0} * dx = k * C_{A0} * (1-x) * dm_{cat} \Rightarrow$$

$$F_{A0} * \frac{dx}{1-x} = k * C_{A0} * dm_{cat} \Rightarrow Q * C_{A0} * \int_0^{x_A} \frac{dx}{1-x} = k * C_{A0} * \int_0^{m_{cat0}} dm_{cat} \Rightarrow Q * [-\ln(1-x_A)] = k * m_{cat0} \Rightarrow$$

$$m_{cat0} = \frac{-\ln(1-x_A) * Q}{k} = 632.3733 \text{ kg}_{cat}$$

Ο όγκος του καταλύτη με βάση την πυκνότητα του είναι:

$$V_{cat} = \frac{m_{cat0}}{\rho_{cat}} = 451.6952 * 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ο όγκος του αντιδραστήρα με βάση το πορώδες είναι:

$$\varepsilon = \frac{V_R - V_{cat}}{V_R} \Rightarrow V_R = \frac{V_{cat}}{1 - \varepsilon} = 752.8254 * 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ο κενός όγκος είναι:

$$V_{κενό} = V_R - V_{cat} = 301.1302 * 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ο χρόνος χώρου για καταλυτική διεργασία είναι:

$$\tau_{cat} = \frac{V_{κενό}}{Q} = 90.34 \text{ s}$$

Ο χρόνος χώρου για **μη καταλυτική** διεργασία με τον ίδιο όγκο αντιδραστήρα και την ίδια παροχή θα ήταν:

$$\tau = \frac{V_R}{Q} = 225.8499 \text{ s}$$

## ΧΗΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΒΙΟΧΗΜΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

Δεύτερη πρόοδος (19-01-2010)

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

### Θέμα

Βιομηχανικός πολυτροπικός αντιδραστήρας πλήρους ανάδευσης (CSTR) όγκου  $V_R=250$  lt χρησιμοποιείται για τον ισομερισμό αντιδρώντος A σε A' ( $MB_A=MB_{A'}$ ). Η αρχική συγκέντρωση είναι  $C_{A0}=10$  mol/lt και η αντίδραση:



Η αντίδραση είναι πρώτης ( $1^{ns}$ ) τάξης ως προς A και από πειράματα που έγιναν στις ίδιες συνθήκες σε εργαστηριακή διάταξη διαλείποντος έργου (Batch) βρέθηκε ότι η είναι εξώθερμη με  $\Delta H_R=-37$  kJ/mol και ειδική ταχύτητα  $3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Το αντιδρών A εισέρχεται στον αντιδραστήρα με θερμοκρασία  $T_{in}=50^\circ\text{C}$  ενώ ο αντιδραστήρας ψύχεται με ρευστό θερμοκρασίας  $T_{env}=20^\circ\text{C}$ . Η επιφάνεια ψύξης είναι  $S=1\text{m}^2$  και ο μέσος συντελεστής εναλλαγής θερμότητας είναι  $U=5\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ . Η θερμοχωρητικότητα του μίγματος εξόδου είναι  $C_{pmix}=80 \text{ J}/(\text{mol} \cdot ^\circ\text{C})$ . Να υπολογιστεί ο χρόνος χώρου του αντιδραστήρα ( $\tau$ ) και η θερμοκρασία του μίγματος εξόδου για μετατροπή του A κατά 80% σε μόνιμες συνθήκες λειτουργίας.

### ΛΥΣΗ

Δεδομένα στο σύστημα μονάδων SI:

$$V_R=250 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$C_{A0}=10 \cdot 10^3 \text{ mol}/\text{m}^3$$

$$\Delta H_R=-37 \cdot 10^3 \text{ J}/\text{mol}$$

$$k=3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{in}=50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_{env}=20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$S=1 \text{ m}^2$$

$$U=5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

$$C_{\text{pmix}}=80 \text{ J}/(\text{mol} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$x_A=0.8$$

$$\text{Ισχύει ότι } C_A=C_{A0} \cdot (1-x_A)$$

Για αντίδραση 1<sup>ης</sup> τάξης ισχύει ότι:

$$r_A=k \cdot C_A=k \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A)$$

Επιλύοντας το ισοζύγιο μάζας για αντιδραστήρα πλήρους ανάδευσης έχουμε:

$$Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_A - r_A \cdot V_R = 0 \Rightarrow Q \cdot C_{A0} - Q \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) - k \cdot C_{A0} \cdot (1-x_A) \cdot V_R = 0 \Rightarrow$$

$$Q = \frac{k \cdot (1-x_A) \cdot V_R}{x_A} = 0.1875 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ο χρόνος χώρου του αντιδραστήρα είναι:

$$\tau = \frac{V_R}{Q} = 1333.3333 \text{ s}$$

Για μόνιμες συνθήκες ισχύει ότι:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

Επίσης ισχύει:

$$F_{Ain} = \frac{\dot{m}_{in}}{MB_A}$$

$$F_{Aout} = \frac{\dot{m}_{out}}{MB_{mix}}$$

Λόγω ισομερισμού ισχύει ότι:

$$MB_A = MB_{A'} = MB_{mix}$$

Άρα

$$F_{Ain} = F_{Aout} = Q \cdot C_{A0} = 1.875 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

Επιλύοντας το ισοζύγιο ενέργειας για αντιδραστήρα πλήρους ανάδευσης έχουμε:

$$U \cdot S \cdot (T_{env} - T_{out}) + F_{Ain} \cdot (-\Delta H_R) \cdot x_A = F_{mix} \cdot C_{pmix} \cdot (T_{out} - T_{in}) \Rightarrow$$

$$T_{out} = \frac{U \cdot S \cdot T_{env} + F_{Ain} \cdot (-\Delta H_R) \cdot x_A + F_{Ain} \cdot C_{pmix} \cdot T_{in}}{F_{Ain} \cdot C_{pmix} + U \cdot S} = 407.097 \text{ } ^\circ\text{C}$$